



A.S.	Classe	Disciplina	Docente
2024/2025	3I	Matematica	Mirko Tagliabue

## **Libri di testo**

Bergamini, Barozzi, Trifone, Manuale blu 2.0 di matematica, 3ed, conf.3 con TUTOR, ZANICHELLI

## **Programma svolto**

### **1. Le funzioni**

- Le funzioni: dominio, codominio, immagine, controimmagine, esempi.
- Funzioni numeriche, grafico di una funzione e classificazione delle funzioni. Dominio naturale, zeri, segno di una funzione e intersezione con gli assi cartesiani.
- Funzione iniettiva, suriettiva, biunivoca e invertibile.
- Funzioni definite a tratti.
- Funzione inversa (in particolare: esempi a partire da coniche o da funzioni goniometriche).
- Simmetria delle funzioni: funzioni pari e dispari.
- Grafico di funzioni contenenti valori assoluti.
- Funzioni periodiche (in particolare con esempi di funzioni goniometriche).
- Funzione composta.
- Trasformazioni geometriche e grafici di funzioni trasformate: traslazione, simmetria assiale e centrale (casi particolari simmetria rispetto all'asse delle ascisse, all'asse delle ordinate, all'origine degli assi cartesiani), dilatazione.

### **2. Geometria analitica, le rette**

- Ripasso di punti e rette nel piano cartesiano. Distanza di un punto da una retta. Fasci di rette propri e impropri.

### **3. Le coniche: la parabola**

- Parabola come luogo di punti.
- Equazione della parabola con asse verticale nel piano cartesiano.
- Parabola con asse di simmetria orizzontale.
- Posizione di una retta rispetto ad una parabola.
- Rette tangenti ad una parabola.
- Area del segmento parabolico.
- Condizioni per determinare l'equazione di una parabola.
- Fasci di parabole.
- Parabola e funzioni: grafico di particolari funzioni irrazionali.



#### 4. Le coniche: la circonferenza

- Equazione della circonferenza nel piano cartesiano.
- Posizione reciproca tra una retta e una circonferenza.
- Rette tangenti ad una circonferenza.
- Equazione della circonferenza note alcune condizioni.
- Equazione e grafico di archi di circonferenza (particolari funzioni irrazionali).
- Cenni a fasci di circonferenze.

#### 5. Le coniche: l'ellisse

- Ripasso sulle coniche. Le varie coniche come intersezione di un cono con un piano.
- Ellisse come luogo geometrico di punti, derivazione dell'equazione dell'ellisse dalla sua definizione di luogo geometrico.
- Parametri dell'ellisse e loro significato geometrico, semiasse maggiore, semiasse minore, distanza focale e loro relazioni.
- Equazione dell'ellisse con fuochi su asse x ed equazione dell'ellisse con fuochi sull'asse y.
- Simmetrie, vertici, assi di una ellisse.
- Coordinate dei fuochi.
- Eccentricità. Interpretazione geometrica dell'eccentricità (cenni).
- Ellisse e funzioni, i semiarchi di ellisse. Applicazione alla risoluzione di particolari disequazioni irrazionali.
- Ellisse e rette, posizioni reciproche, rette secanti, tangenti, esterne. Formula di sdoppiamento.
- Posizioni reciproche di due ellissi (cenni)
- Il calcolo dell'equazione di una ellisse noti diversi elementi.
- Ellisse traslata. Cambio di coordinate tra due diversi sistemi di riferimento.
- Dall'equazione polinomiale  $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$  all'ellisse traslata, e viceversa.
- Grafici con archi di ellissi traslate.
- Area dell'ellisse (solo la formula)
- Attività con Desmos e Geogebra (o analoghi software di calcolo).

#### 6. Le coniche: l'iperbole

- Iperbole come luogo geometrico di punti, derivazione dell'equazione dell'iperbole dalla sua definizione di luogo geometrico.
- Parametri dell'iperbole e loro significato geometrico, semiasse trasverso, semiasse non trasverso, distanza focale e loro relazioni.
- Equazione dell'iperbole con fuochi su asse x ed equazione dell'iperbole con fuochi sull'asse y.
- Simmetrie, vertici, asintoti ed assi di una iperbole.
- Coordinate dei fuochi.
- Eccentricità.
- Iperbole e funzioni, i rami di iperbole. Applicazione alla risoluzione di particolari disequazioni irrazionali.
- Iperbole e rette, posizioni reciproche, rette secanti, tangenti, esterne. Formula di sdoppiamento.
- Il caso delle rette secanti in un punto ad una iperbole.
- Il calcolo dell'equazione di una iperbole noti diversi elementi.
- Iperbole traslata. Cambio di coordinate tra due diversi sistemi di riferimento.
- Dall'equazione polinomiale  $ax^2 + by^2 + cx + dy + e = 0$  all'iperbole traslata, e viceversa.
- Grafici con rami di iperboli traslate.
- L'iperbole equilatera, definizione, relazioni e proprietà.
- Iperbole equilatera riferita agli asintoti ed iperbole equilatera riferita agli assi.
- La funzione omografica. Asintoti orizzontale e verticale. Centro della funzione omografica.



## 7. Goniometria

- Definizione di angolo radiante, invarianza dell'angolo radiante dal raggio della circonferenza.
- Proporzione per la trasformazione di angoli da radianti a gradi sessagesimali, proporzione per la lunghezza di un arco di circonferenza, proporzione per l'area del settore circolare.
- Angoli orientati.
- Circonferenza goniometrica, definizione geometrica delle funzioni seno e coseno come proiezione sugli assi coordinati.
- Proprietà di parità, disparità, periodicità. Il grafico delle funzioni seno e coseno con dominio  $\mathbb{R}$ . Immagine delle funzioni sin e cos.
- Prima relazione fondamentale della goniometria.
- Funzione tangente, introduzione, definizione geometrica.
- La definizione analitica della funzione tangente: seconda relazione fondamentale della goniometria.
- Periodicità, immagine, dominio della funzione tangente. Il grafico della funzione tangente.
- Funzioni secante, cosecante e cotangente, definizioni e grafici (cenni).
- Funzioni goniometriche e gli angoli particolari di  $\pi/2$ ;  $\pi/3$ ;  $\pi/4$ ;  $\pi/6$ ;  $\pi$ ;  $3\pi/2$ ;  $2\pi$ .
- Espressione delle funzioni seno e coseno in funzione della sola funzione tangente.
- Angoli associati.
- Formule di somma e differenza delle funzioni seno e del coseno.
- Formule di duplicazione, formule di bisezione (cenni), formule parametriche.
- Formule di prostaferesi e di Werner (cenni).
- Funzioni goniometriche inverse, loro ottenimento dalla restrizione del dominio e del codominio delle funzioni goniometriche.
- Dominio, immagine, grafico delle funzioni goniometriche inverse.
- Funzioni goniometriche e grafici, trasformazioni geometriche: traslazioni verticali e orizzontali, ribaltamenti lungo l'asse x o lungo l'asse y, funzioni goniometriche e valori assoluti (sia sulla sola variabile indipendente, sia se estratto su funzioni goniometriche).
- La dilatazione delle funzioni goniometriche sull'asse x e sull'asse y. Calcolo del periodo di funzioni goniometriche dilatate.

## 8. Equazioni e disequazioni goniometriche

- Equazioni goniometriche elementari, casi particolari, casi impossibile ed indeterminato.
- Particolari equazioni goniometriche della forma  $\sin(x) = \sin(y)$ ;  $\sin(x) = -\sin(y)$ ;  $\sin(x) = \cos(y)$ ;  $\sin(x) = -\cos(y)$ ;  $\cos(x) = \cos(y)$ ;  $\cos(x) = -\cos(y)$ ;  $\tan(x) = \tan(y)$ ;  $\tan(x) = -\tan(y)$ .
- Equazioni riconducibili a equazioni elementari.
- Equazioni lineari in seno e coseno, risoluzione mediante formule parametriche. I casi con e senza termine noto. Cenni sul metodo grafico.
- Equazioni omogenee di secondo grado in seno e coseno, i casi con e senza termine noto.
- Disequazioni goniometriche elementari.
- Disequazioni goniometriche non elementari (cenni), risoluzione mediante confronto dei grafici (cenni).



## **9. Trigonometria**

- I triangoli rettangoli, primo e secondo teorema sui triangoli rettangoli.
- Risoluzione dei triangoli rettangoli.
- Formula trigonometrica per l'area di un triangolo.
- Il teorema della corda.
- I triangoli qualunque, teorema dei seni ed il teorema del coseno.
- Risoluzione dei triangoli qualunque.
- Particolare attenzione al caso di non univoca soluzione: particolari casi in cui sono noti due lati e l'angolo opposto ad uno di essi.
- Problemi geometrici.
- Problemi geometrici con equazioni e disequazioni.

Desio, 3 giugno 2025

Firmato dagli studenti rappresentanti di classe con firma elettronica avanzata

Il docente

Mirko Tagliabue

Firmato con firma elettronica avanzata